

はりの計算

2010/09/03

とんちんかんソフト

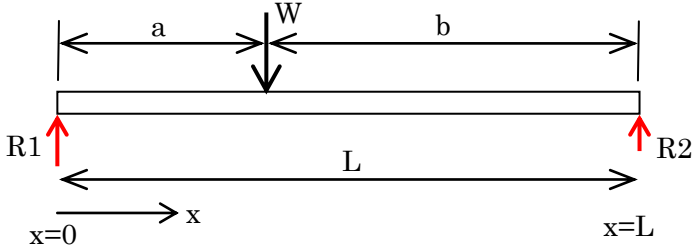
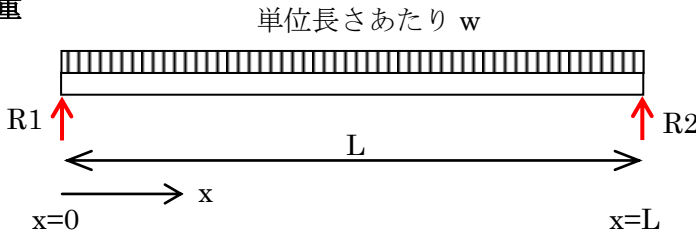
本資料はとんちんかんソフトのホームページに公開している、はり計算ソフト“Hari”に使用している計算式をまとめたものである。

計算式導出理論は多くの材料力学の書籍にゆだねるものとし、ここではソフトに用いた計算式だけをまとめる。

1. 両端支持ばり

両端支持ばりの計算に用いている計算式を表 1 に示す。

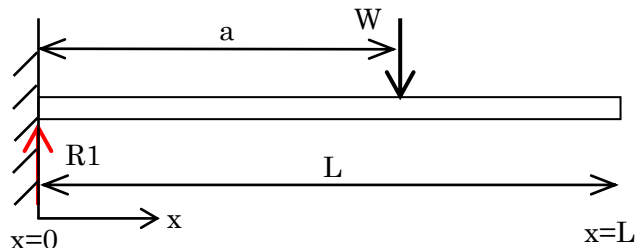
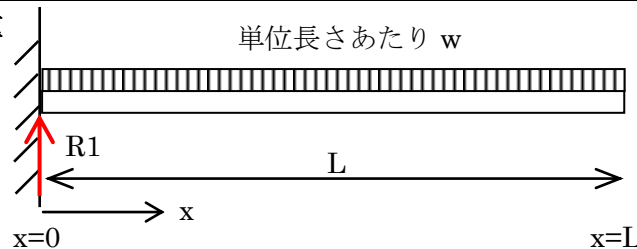
表 1 両端支持ばりの計算公式

<p>集中荷重</p> 		
支点反力 R1	$R1 = \frac{Wb}{L}$	
支点反力 R2	$R2 = \frac{Wa}{L}$	
位置 x の 曲げモーメント M	$0 \leq x \leq a$	$M = R1x$
	$a \leq x \leq L$	$M = R2(L - x)$
位置 x のたわみ δ	$0 \leq x \leq a$	$\delta = -\frac{Wbx}{6LEI}(L^2 - x^2 - b^2)$
	$a \leq x \leq L$	$\delta = -\frac{Wb}{6LEI} \left\{ \frac{L}{b}(x - a)^3 + (L^2 - b^2)x - x^3 \right\}$
<p>等分布荷重</p> 		
支点反力 R1,R2	$R1 = R2 = \frac{wL}{2}$	
位置 x の 曲げモーメント M	$M = \frac{w}{2}(Lx - x^2)$	
位置 x のたわみ δ	$\delta = -\frac{wx}{24EI}(L^3 - 2Lx^2 + x^3)$	

2. 片持ばり

片持ばりの計算に用いている計算式を表 2 に示す。

表 2 片持ばりの計算公式

<p>集中荷重</p> 		
支点反力 R1	$R1 = W$	
位置 x の 曲げモーメント M	$0 \leq x \leq a$	$M = W(a - x)$
	$a \leq x \leq L$	$M = 0$
位置 x のたわみ δ	$0 \leq x \leq a$	$\delta = -\frac{Wx^2}{6EI}(3a - x)$
	$a \leq x \leq L$	$\delta = -\frac{Wa^2}{6EI}(3x - a)$
<p>等分布荷重</p> 		
支点反力 R1	$R1 = wL$	
位置 x の 曲げモーメント M	$M = \frac{w}{2}(L - x)^2$	
位置 x のたわみ δ	$\delta = -\frac{wx^2}{24EI}(x^2 + 6L^2 - 4Lx)$	

補足事項

1) たわみ式に含まれる記号は次による。

E : 縦弾性係数 (ヤング率)

I : はりの断面二次モーメント

2) モーメントは材料力学上、はりの曲げられる方向で正負を区分するが、ここではその絶対値をとり、すべて正の値とした。

3) たわみは元の位置から下方に向かう値を正にした。ただしチャートは視認性の観点から下方に向かう値を負にした。

3. 複数荷重の計算

集中荷重が複数ある場合や等分布荷重と集中荷重が共存する場合の計算はそれぞれの荷重による支点反力、曲げモーメント、たわみを求めて加算することで得られる。

この方法は重ね合わせ法という。

4. 応力

任意の位置 x における応力 σ は次式により求められる。

$$\sigma = \frac{M}{Z}$$

ここに

M : 位置 x の曲げモーメント

Z : はりの断面係数

5. 最大曲げモーメント、最大たわみ発生位置

はり計算ソフト”Hari”では、はりの全長を 100 等分して、そのすべての位置について曲げモーメントとたわみを計算しそれぞれの値が最大となる位置を求めている。

なお、最大応力発生位置は 4.項に示した式から最大モーメント発生位置に等しい。

以上

参考文献

1) Elements of Strength of Materials, 5th Edition

Stephen P. Timoshenko D. H. Young 共著

丸善(株) 発行 昭和 47 年 11 月 30 日

2) 材料力学 I

渥美 光 鈴木 幸三 三ヶ田 賢次 共著

森北出版(株) 発行 1987 年 10 月 20 日